Титульный лист

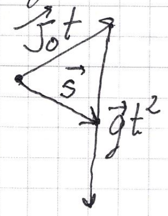
победителя
регионального этапа Всероссийской олимпиады школьников
2021 года по физике

Участник	**Класс**	**Количество баллов**
Чулёв Ф.Д.	9	56

	1	2	3	4	5	Σ
До апелляции						
Подпись						
После апелляции						
Подпись						

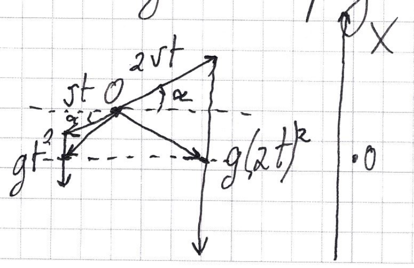
Задача 1.9.1.

Нарисуем треугольники перемещений. Если нарисовать их с одинаковой начальной высотой*, то конечная высота будет тоже одинакова, пусть $t = 1с$, тогда $t_0 = 3t$, а времена полета $2t$ и $3t$.



В общем случае треугольник перемещений основан на формуле $\vec{S} = \vec{v}_0 t + \vec{g}\frac{t^2}{2}$ (рис. 1).

Вектор $\vec{S}$ делит пополам вектор $\vec{g}t^2$ (выпущен если $\vec{S}$ из той же точки, что и $\vec{v}_0 t$, а $\vec{g}t^2$ — из конца $\vec{v}_0 t$). В нашем случае треугольники выглядят так:



* В точке O

Поскольку вертикальная составляющая перемещения одинакова (h), то концы векторов перемещения на одной горизонтали. Ось X вверх, O – концы векторов перемещения. Начала вертикальных векторов: $\frac{gt^2}{2}$ и $2gt^2$, следовательно, из геометрических соображений координата точки O это h. Если угол броска – α, то:

$$h = \frac{gt^2}{2} + vt\sin\alpha \quad (1)$$

$$h = 2gt^2 - 2vt\sin\alpha \quad (2)$$

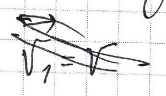
$\rightarrow vt\sin\alpha = \frac{1}{2}gt^2$

(1)·2 + (2) сложение:

$$3h = 3gt^2$$

$$h = gt^2 = \frac{gt_0^2}{9} = \frac{10\cdot 3^2}{9} = 10\text{ м}$$

К концу вектора gt^2 и $2gt^2$ на нашем рисунке можно провести вектор, который из огр. ускорения равен $\vec{v}_1 t$ и $\vec{v}_2 t$, где $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ – уже конечные скорости камней.



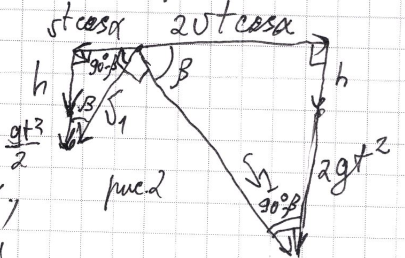


рис.2

Перерисуем треугольники.
Известно, что $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ перпендик., из факта, что треугольники на рис. 2. прямоуг., следует, что они подобны.

$$\frac{3gt^2}{2vt\cos\alpha} = \frac{2vt\cos\alpha}{3gt^2} = 1$$

$vt\cos\alpha = \frac{3}{2}gt^2$. Помня, что $vt\sin\alpha = \frac{1}{2}gt^2$, получаем $v\sin\alpha = \frac{1}{2}gt$; $v\cos\alpha = \frac{3}{2}gt$

$$v = \sqrt{(v\cos\alpha)^2 + (v\sin\alpha)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}g^2t^2 + \frac{9}{4}g^2t^2} = \frac{\sqrt{5}gt}{2} = \frac{\sqrt{5}gt_0}{6} = \frac{\sqrt{5}\cdot 10\cdot 3}{6} \approx$$

$\approx 11{,}2\ \frac{м}{с}$

Ответ: $h = \frac{g t_0^2}{9} = 10м$

(девять)

$v = \frac{\sqrt{5}gt_0}{6} = 11{,}2\ \frac{м}{с}$

№2 (Задача 1.9.2)

~~Если стакан не всплывает, то~~ На ~~него~~ стакан действуют N, сила тяжести $(F = mg = ((\pi(R^2-(R-d)^2)L + \pi R^2 d)g\cdot 20\rho)$* и сила Архимеда, равная произведению погр. объема ($h\pi R^2$) на плотность ρ жидкости (при $h \geq L$ погруженной объем $L\pi R^2$) и на g. Из усл. равновес. при $h<L$

$$N = \pi\left(\left((2Rd-d^2)L + R^2d\right)\cdot 20 - hR^2\right)\rho g$$

(если значение отрицательно, то стакан всплывает и $N=0$.)

максимальное h, когда не всплывает (при $h<L$)

$$\left((2Rd-d^2)L + R^2d\right)\cdot 20 - h_m R^2 = 0$$

$$h_m = \frac{20\left((2Rd-d^2)L + R^2d\right)}{R^2}$$

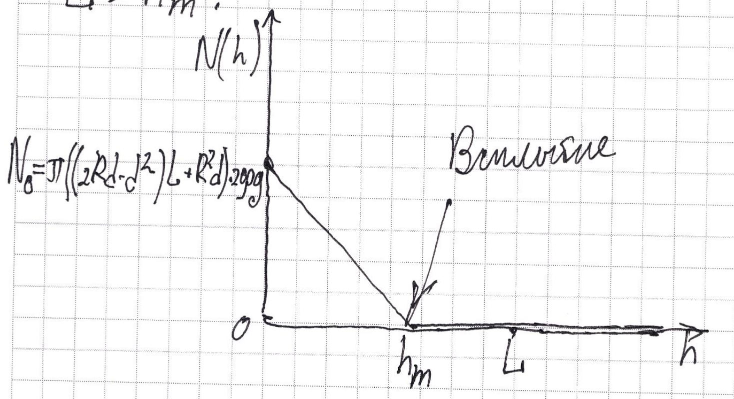
* Толщина стенки – d, площадь гориз. сечения $\pi R^2 - \pi(R-d)^2$, объем – если умножить на L и прибавить объем цил. дна $\pi R^2 d$

При $h \geq L$ если ~~$L \geq h_m$~~ $L < h_m$

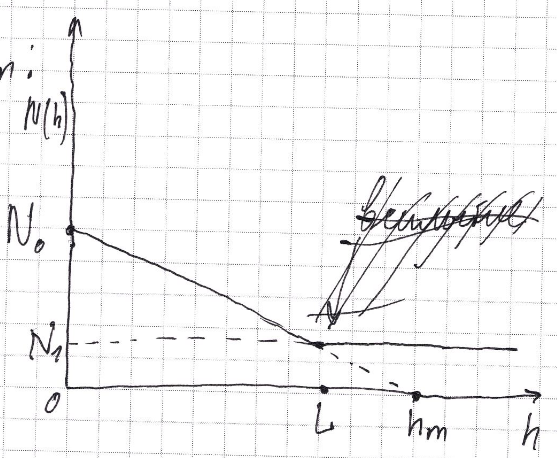
$$N_1 = \pi(((2Rd-d^2)L + R^2 d)\cdot 2\sigma - LR^2)\rho g$$

если $L \geq h_m$ то $N=0$. Графики:

$L \geq h_m$:



$L < h_m$:



Значения N_1 и N_0 получены здесь, значение h_m на стр. 3.* При всплытии $L \geq h_m$, т.е.

$$L \geq \frac{2\sigma((2Rd-d^2)L+R^2d)}{R^2}$$

Из условия видно, что d^2 – малая величина, ей можно пренебречь.

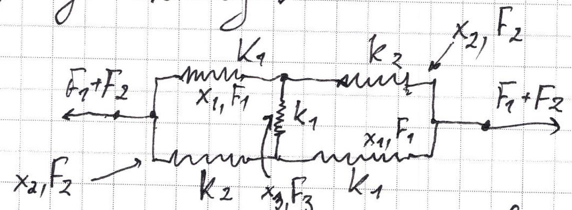
* Конец ответа на 1 вопрос.

$$L \geq 40\frac{d}{R}L + d\cdot 20$$

$$L \geq \frac{20Rd}{R-40d} \quad \text{(2 вопрос)}$$

Задача 1.9.3

1) Сумма сил в каждом узлу векторно (а, значит, в проекции на вертик. ось) дает 0 (1), помня это, перерисуем схему так:



Аналогия с электроцепями, вместо сопротивления — величина, обратная жесткости, вместо напряжения удлинение (и действительно, суммы удлинений по разным цепям между одинаковыми точками равны), вместо тока — сила упругости пружины (утверждение (1) как 1. правило Кирхгоффа).

На рисунке удлинения и силы расставлены (здесь, как и в электрических задачах, можно пользоваться центральной симметрией схемы)

Мы знаем, что $F_3 = F_1 - F_2$. Тогда удлинение пружины k_2 запишем 2-мя способами:

$$\frac{F_2}{k_2} = \frac{F_1}{k_1} + \frac{F_1 - F_2}{k_1} \quad \text{по закону Гука}$$

Отсюда $F_2\left(\frac{1}{k_2}+\frac{1}{k_1}\right)=\frac{2F_1}{k_1}$, т. е.

$$F_2 = F_1 \frac{2k_2}{k_1+k_2}$$

Итак, сила, приложенная к концам системы: $F_1+F_2 = F_1\left(\frac{k_1+3k_2}{k_1+k_2}\right)$ (2) Общее удлинение может быть найдено как сумма удлинений пружины k_1 (не центральной) и k_2.

$$\frac{F_2}{k_2} = \frac{2F_1}{k_1+k_2}, \quad \frac{F_1}{k_1}$$

Сумма $x = \frac{2F_1}{k_1+k_2}+\frac{F_1}{k_1} = F_1\left(\frac{3k_1+k_2}{(k_1+k_2)k_1}\right)$ (3)

Делим (2) на (3) и получаем эффективную жесткость по её определению:

$$k = \frac{k_1(k_1+3k_2)}{3k_1+k_2}$$

2) Вернемся к начальному виду системы. пружина 2 сжата, когда в верхней ее точке сила действует вверх (сила упругости пружины 2). 1 и 3 пружины растянуты. Направим ось Y вертикально вверх. 2 з-н Ньютона на узел между 1 и 2 пружинами:

$$F_1+F_3-F_2=0$$

$$F_2 > F_1$$

Помним, что $F_2 = F_1\frac{2k_2}{k_1+k_2}$, т. е.

сжатие 2 пружины происходит при:

$$\frac{2k_2}{k_1+k_2} > 1$$

$k_2 > k_1$. В обр. случае F_3 направлено вниз.

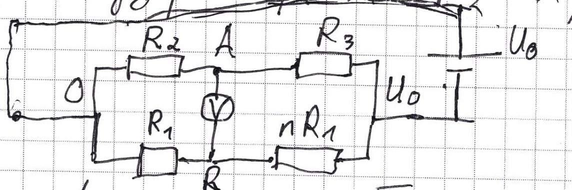
Ответ: 1) $k = \frac{k_1(k_1+3k_2)}{3k_1+k_2}$

2) при $k_2 > k_1$

Задача 1.9.4

Если обозначить вольтметр —(V)—, то эквивалентная данной схема (серой ящик):

Расставим на ней потенциалы,** считая, что в узлу между ~~R_1 и~~ R_1 и R_2 он равен 0.



Пусть через верх течет ток I_1, через низ — I_2. Отсюда видно: $U_0 = I_2R_1 + I_2 \cdot nR_1$ по закону Ома

$U_0 = I_1R_2 + I_1R_3$

Итого потенциал в точке A: $\varphi_A = U_0\frac{R_2}{R_2+R_3}$; в B: $\varphi_B = \frac{1}{1+n}U_0$

вольтметр показывает:

$$\cancel{V = \varphi_B - \varphi_A} \quad U = \varphi_A - \varphi_B = U_0\frac{R_2}{R_2+R_3} - U_0\frac{1}{1+n} \; *$$

с точностью до знака.

* Получен ответ на 1 вопрос. | ** С точностью до знака.

Поиск функции $z(n)$, о которой говорится в 3 пункте. Эта функция — $z(n) = \frac{1}{1+n}$, ведь $U = U_0 \frac{R_2}{R_2+R_3} - U_0 z(n)$ — линейная зависимость $U(z)$ (в кружок обведены точки этой зависимости). Получены оба графика.

Как видно из графика, при z равном примерно ~~0,13~~ 0,13, U обращается в 0, т.е. в этом случае

$$0 = U = U_0\left(\frac{R_2}{R_2+R_3} - z\right) \Rightarrow z = \frac{R_2}{R_2+R_3}$$

$$k = \frac{R_3}{R_2} = \frac{1-z}{z} \approx \cancel{6,7}\ \cancel{30}\ 6,7$$

Коэффициент наклона $U(z)$ это $-U_0$.

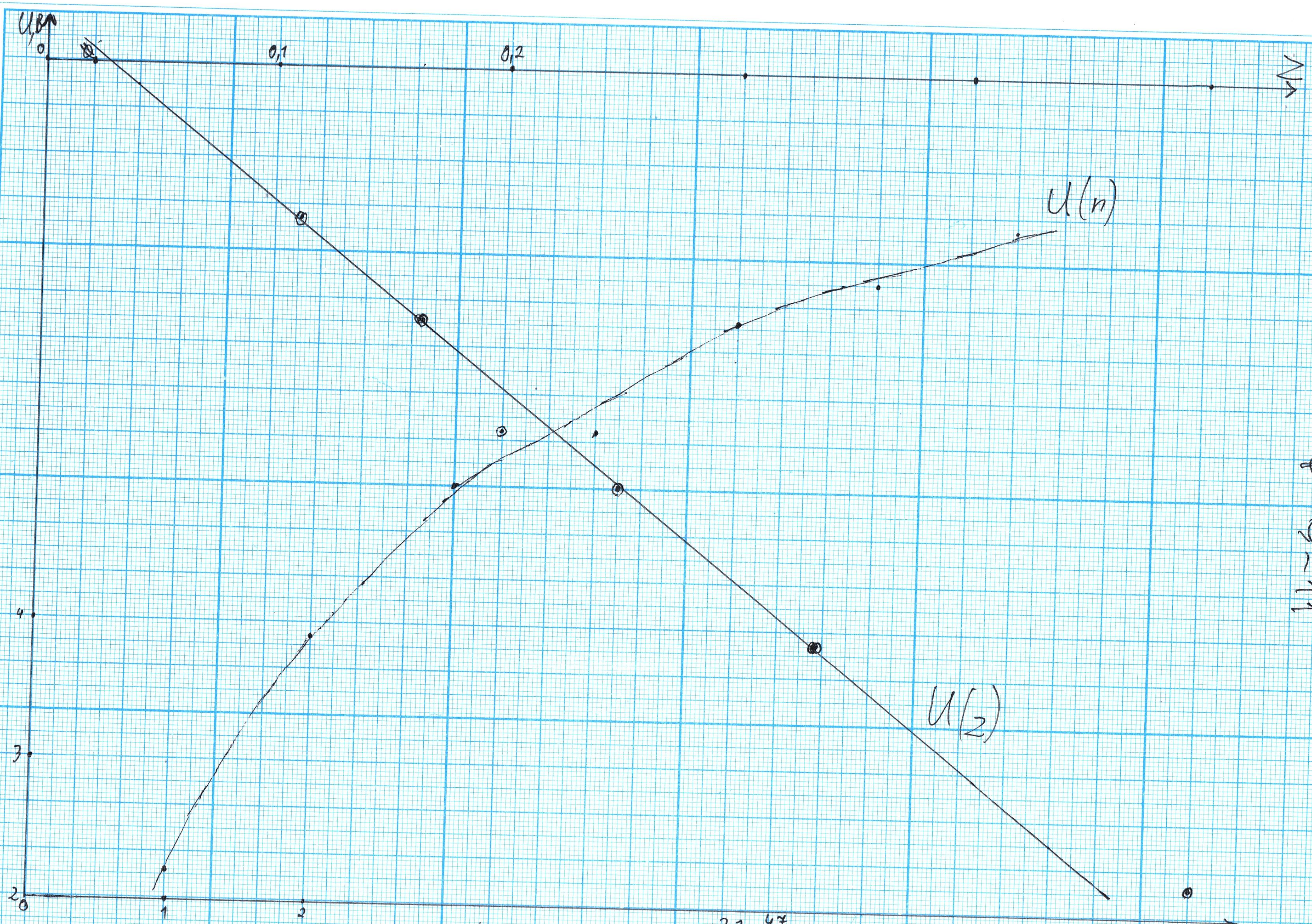
Получаем, итого

$U_0 = 13,4$ В

Ответ на 3-й вопрос: $k = 6,7$

$U_0 = 13,4$ В

Ф-9-11



Наклон: $-U_0 = \frac{2,2-\frac{47}{6}}{0,46-0,04} \approx -13,4$ В

Всероссийская олимпиада школьников по физике
Региональный этап

	1	2	3	4	5	Σ
До апелляции						
Подпись						
После апелляции						
Подпись						

Задача 2.9.1.

Время движения τ_1 в первом случае на участке AC рассчитывается по формуле для равноускоренного движения. Здесь a - реальное ускорение

$$L_1 = \frac{a\tau_1^2}{2}$$

$$\tau_1 = \sqrt{\frac{2L}{a}}$$

τ_1 минимально при $a = a_{max}$. Тогда конечная v скорость из другой формулы

$$L = \frac{v^2}{2a_{max}}$$

$$v = \sqrt{2a_{max}L}$$

Пусть радиус полуокружности (время движ. τ_2) CD - R. Если реальное ускорение a_1 (уч. CD), то по формуле нормального ускорения

Шифр: ф-9-11

(а скорость по условию постоянна и v, так что касательного ускорения нет.)

$$a = \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{v^2}{a} \Rightarrow R = \frac{2a_{max}L}{a} \xrightarrow[a=a_{max}]{\text{при}} R = 2L \ (2)$$

$$\tau_2 = \frac{v}{a}\cdot\pi \quad \text{(кривол. равномер. движение)}$$

τ_2 снова минимально при $a = a_{max}$ (1), из чего мы делаем вывод, что (1) верно везде, и (2) верно.

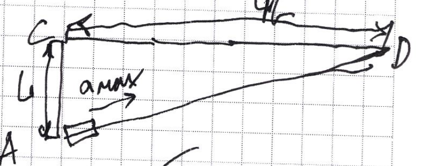
$$\tau_2 = \pi\sqrt{\frac{2L}{a_{max}}}$$

$$t_1 = \tau_1 + \tau_2 = (1+\pi)\sqrt{\frac{2L}{a_{max}}}$$

CD участок по длине $2R = 4L$.

Расстояние от A до D по Т. Пифагора $\sqrt{L^2 + (4L)^2} = \sqrt{17}L$.* Если реальное ускорение a, то

$$\sqrt{17}L = \frac{a t_2^2}{2}$$



$$t_2 = \sqrt{\frac{2\sqrt{17}L}{a}}$$

минимально при $a = a_{max}$. Необходимое отношение:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{1+\pi}{\sqrt[4]{17}} \approx 2{,}04$$

Ответ: в 2,04 раз.

Корень 4-ой степени.

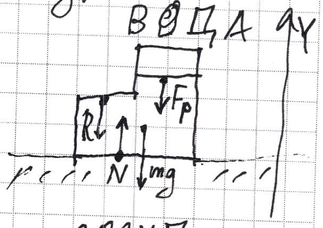
---

* Очевидно, при перемещении по прямой достигается мин. время

Шифр: Ф-9-11

Задача 2.9.2.

Мысленно разделим на 3 куба $a \times a \times a$. $\frac{2}{3}$ объема ~~конечной воды~~ заполненного сосуда, т.е. $\frac{4}{6}$ приходятся на нижние 2, остальная $\frac{1}{6}$ на верхний, причем это половина объема верхнего куба. Отсюда видно, что воды налита в сосуд до уровня $h = \frac{3}{2}a$. Пусть атмосферное давление P_0. Обозначим $F_p = P_0 \cdot a^2$. Это сила давл. атмосферы на a^2 поверхность.



Расставим силы на воду и сосуд с учетом 3-го закона Ньютона. Силы реакции опоры на сосуд нет в момент отрыва. $m = \rho \cdot \frac{5}{6} \cdot 3a^3$ — масса воды, M — масса сосуда, R — сила взаимод. между водой и сосудом. ~~Давлен~~ Давление воды на поверхность складывается из гидростат. ($\rho g h = \frac{3}{2}\rho g a$) и P_0, т.е. $N = 2a^2\left(\frac{3}{2}\rho g a + P_0\right) = 3\rho g a^3 + 2F_p$. ~~Зй~~ 2-й закон Ньютона для воды*:

$Y: 0 = 3\rho g a^3 + 2F_p - R - 2{,}5\rho g a^3 - F_p = \frac{1}{2}\rho g a^3 + F_p - R$. Для сосуда:

$Y: 0 = R - F_p - Mg$. Складываем: $\frac{1}{2}\rho g a^3 - Mg = 0 \Rightarrow M = \frac{\rho a^3}{2} = \frac{1000 \cdot 0{,}1^3}{2} = 0{,}5$ кг.

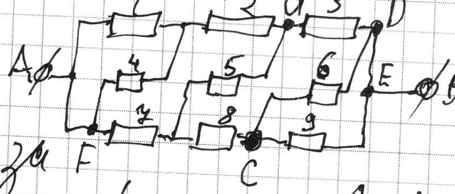
Ответ: $M = \frac{\rho a^3}{2} = 0{,}5$ кг.

*Ось Y напр. вертикально вверх

Шифр: Ф-9-11

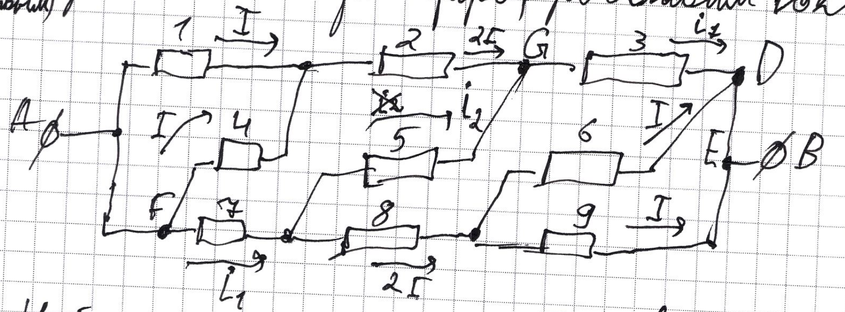
Задача 2.9.3

Уберем амперметры из схемы, ведь они не имеют сопротивления. Теперь обозначим точки C, D, E.



Разность потенциалов между D и E равна нулю за отсутствием сопротивления (по закону Ома) т.е. напряжения на 6 и 9 резисторах одинаковы, а значит и токи (из-за равенства сопротивлений, которые мы будем считать R). Назовем эти токи I.

Система обладает центральной симметрией относит. 5-го резистора, пользуясь ей, а так же I правилом Кирхгоффа (первым), расставим токи:



Найдем токи i_1 и i_2. Из I правила Кирхгоффа $i_2 = i_1 - 2I$. Запишем разность потенциалов между F и G.

$$\varphi_F - \varphi_G = IR + 2IR = i_1R + (i_1 - 2I)R \Rightarrow 2i_1 = 5I$$

Откуда $i_1 = \frac{5}{2}I$. По тому же правилу Кирхгоффа через A_1 течет $I_1 = I + i_1 = \frac{7}{2}I$, через A_2 – $I_2 = I$; т.е. через A_0 – $I_0 = I_1 + I_2 = \frac{9}{2}I$. Откуда $I = 2$ мА; $I_1 = 7$ мА; $I_2 = 2$ мА. Ответ: 7 мА; 2 мА.

Точки зависимости $m(\tau)$ выглядят так: ⊙ Задача 2.9.4

Все точки, начиная с 5-ой относятся к случаям, когда цилиндр есть. До этого к жидкому азоту подводится постоянная мощность от среды, потом она остается. Коэффициентом пропорциональности между суммой мощностей и скоростью изм. массы является λ. Из графика получено, что при контакте с окр. средой берется $k=6,8\ \frac{г}{мин}$,

Проведем касательные, получим скорость уменьшения массы, какой бы она была без окр. среды а только с цилиндром. По закону Ньютона-Рихмана разность t температуры цилиндра и $t_ж$ пропорциональна этой скорости, далее из уравнения теплового баланса получаем, что $mc(t_4-t_5)^* = \lambda \Delta m$, где Δm - то, насколько изменилась масса ж. азота, m — масса цилиндра, из графика примерно 63 г, подставив разное t, получаем и усредняем λ.

τ, мин	4	5	6	7	8
$\frac{\Delta m}{\Delta \tau}$, $\frac{г}{мин}$	22,7	20	19	15	14
$\frac{\Delta m}{\Delta \tau} - k$, $\frac{г}{мин}$	16	13	12	8	7
t, °C	+24	-17	-31	-86	-100
C, $\frac{Дж}{кг\,°C}$	~~933~~ 1106	959	908	710	660
вычисл. λ, Дж/кг	~~25,6~~ 750	45	166	50	

Ответ: $\sim 100\ \frac{Дж}{кг}$

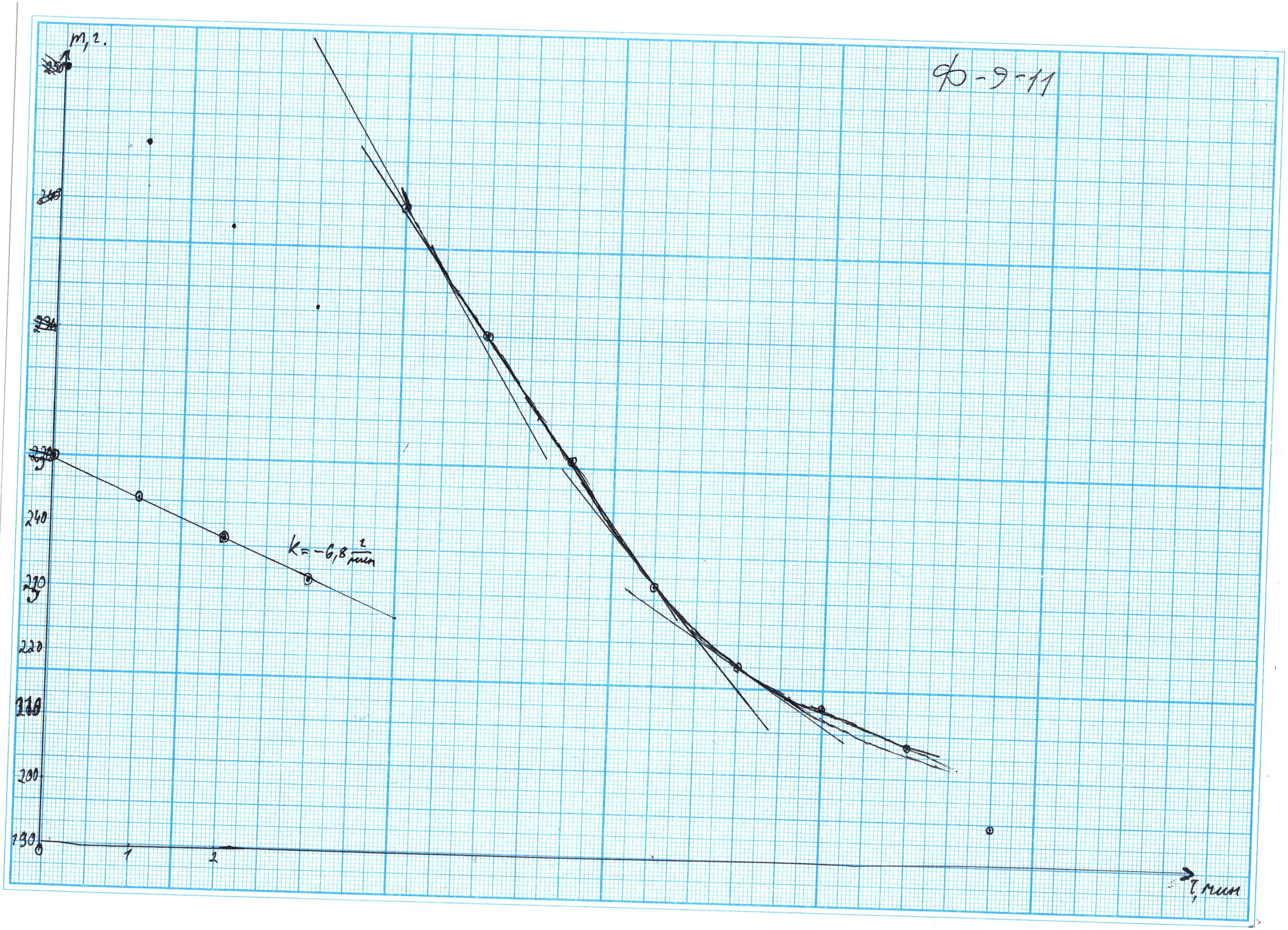
*Берутся соседние температуры

Шифр: Ф-9-11

O вычисл. на предыдущей странице.
$\frac{\Delta m}{\Delta \tau}$ — минус коэфф. наклона касательной к графику $m(\tau)$. $\frac{\Delta m}{\Delta \tau} - k$ — вклад в массовую потерю от цилиндра.

t вычислялось так: для 4-х минут мы знаем $t = t_0$.
Далее мы говорили о том что $t - t_K$ пропорционально значению предыдущей строки по закону Ньютона-Рихмана, т.е. $t = t_K + (t_0 - t_K)\frac{C_i}{C_{0i}}$, где C_i — $\frac{\Delta m}{\Delta \tau} - k$ для данной минуты, C_{0i} — для 4-ой.
"с" вычислялось по условию. ~~Его все~~ Его можно перефразировать: при температуре t °C, уд. теплоёмкость равна $(1020 + 3{,}6 \cdot t)\frac{Дж}{кг °C}$

λ вычислялось из уже написанной формулы:
$\lambda = \frac{mc(t_i - t_{i+1})}{\Delta m}$. Разброс значений велик из-за того, что по графику сложно определить касательную к нему.


Ф-9-11
m, г.
τ, мин
k = −6,8 г/мин
190
200
210
220
230
240
1
2